

Ostatecznie uwzględniamy wymagania ciągłości co daje nam liniowy układ równań na M_i :

$$\begin{aligned} \frac{x_j - x_{j-1}}{6} M_{j-1} + \frac{x_{j+1} - x_{j-1}}{3} M_j + \frac{x_{j+1} - x_j}{6} M_{j+1} \\ = \frac{y_{j+1} - y_j}{x_{j+1} - x_j} - \frac{y_j - y_{j-1}}{x_j - x_{j-1}}, \quad j = 2, 3, \dots, n-1 \end{aligned}$$

(trójdagonalny)

over $M_1 = \begin{cases} 0 \\ f''(x_1) \end{cases}, \quad M_n = \begin{cases} 0 \\ f''(x_n) \end{cases}.$

Przykład:

$$\left\{ (1, 1), (2, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{3}), (4, \frac{1}{4}) \right\}$$

$$n=4, \quad x_j - x_{j-1} = 1 \quad \forall j$$

Układ równań na M_i jest

$$\begin{cases} \frac{1}{6} M_1 + \frac{2}{3} M_2 + \frac{1}{6} M_3 = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} M_2 + \frac{2}{3} M_3 + \frac{1}{6} M_4 = \frac{1}{12} \end{cases}$$

Zakładając $M_1 = M_4 = 0$ mamy $M_2 = \frac{1}{2}, M_3 = 0$
co nam daje

$$s(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{3}{2}, & 1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{17}{6}, & 2 \leq x \leq 3 \\ -\frac{1}{12}x + \frac{7}{12}, & 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$$