

## Błąd interpolacji (poza węzłami)

(11)

$$f(x) - P_n(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n)}{(n+1)!} f^{(n+1)}(c_x)$$

$f(x)$  — f-ja ciągła w przedziale  $[x_0, x_n]$   
i  $c_x$  nieznaną punkt z tego przedziału  
(ale istnieje).

Przykłady:  $e^x$ , przedział  $[0, 1]$ .

$$e^x - P_1(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{2} e^{c_x}$$

$x < x_1 \Rightarrow$  błąd ujemny

W najgorszym przypadku

$$\max_{0 \leq x \leq 1} e^{c_x} = e$$

$$\max_{0 \leq x \leq 1} \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{2}$$

Maximum występuje w środku między pierwiastkami, tj. dla  $x = \frac{1}{2}(x_0 + x_1)$ . Po podstawieniu

$$\max ( ) = \frac{h^2}{8}, \quad h = x_1 - x_0.$$